

บทที่ 2

ระบบเลขฐาน

ระบบเลขฐาน คืออะไร?

“ระบบเลขฐาน” คือ กลุ่มข้อมูลที่มีจำนวนหลัก (Digit) ตามชื่อของเลขฐานนั้น ๆ ประกอบด้วย

- ระบบเลขฐานสอง (Binary Number System) ประกอบด้วยตัวเลข 2 ตัว คือ 0 และ 1
- ระบบเลขฐานแปด (Octal Number System) ประกอบด้วยตัวเลข 8 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- ระบบเลขฐานสิบ (Decimal Number System) ประกอบด้วยตัวเลข 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- ระบบเลขฐานสิบหก (Hexadecimal Number System) ประกอบด้วยตัวเลข 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 และตัวอักษร 6 ตัว คือ A, B, C, D, E, F (เมื่อ A = 10, B = 11, C=12, D = 13, E=14, F=15 ในฐานสิบ)

การเขียนระบบเลขฐาน ต้องระบุชื่อฐานกำกับไว้ท้ายสุดของกลุ่มเลขนั้นๆ เสมอ เพื่อป้องกันความสับสน ยกเว้น ระบบเลขฐานสิบ ซึ่งใช้งานกันอย่างแพร่หลาย ส่วนในระบบเลขฐานอื่น ๆ การอ่านระบบเลขฐานสามารถอ่านเรียงตามตัวเลข ยกเว้นเลขฐานสิบที่ อ่านค่าของตัวเลขในแต่ละหลักได้เลย เช่น

- 1001_2 หมายถึง เลขฐานสอง อ่านว่า หนึ่ง-ศูนย์-ศูนย์-หนึ่ง ฐานสอง
- 5163_8 หมายถึง เลขฐานแปด อ่านว่า ห้า-หนึ่ง-หก-สาม ฐานแปด

ตารางเปรียบเทียบจำนวนในระบบเลขฐานสิบ ฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบหก

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานแปด	เลขฐานสิบหก
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

การแปลงเลขฐานอื่น ๆ เป็นเลขฐานสิบ

การเปลี่ยนเลขฐานอื่น ๆ เป็นเลขฐานสิบ มีดังนี้

1. การแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ

สามารถทำได้โดยวิธีการคูณค่าประจำหลักคือ 2^n กับค่าสัมประสิทธิ์และนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณในแต่ละหลักมารวมกัน จะได้เป็นค่าของเลขฐานสิบ

ตัวอย่าง จงเปลี่ยน 10111_2 ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 10111_2 &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 \\ &= 16 + 0 + 4 + 2 + 1\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 10111_2 = 23$$

2. การแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบ

สามารถทำได้โดยวิธีการคูณค่าประจำหลักคือ 8^n กับค่าสัมประสิทธิ์และนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณในแต่ละหลักมารวมกัน จะได้เป็นค่าของเลขฐานสิบ

ตัวอย่าง จงเปลี่ยน 3762_8 ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 3762_8 &= 3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 2 \times 8^0 \\ &= 3 \times 512 + 7 \times 64 + 6 \times 8 + 2 \times 1 \\ &= 1536 + 448 + 48 + 2\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 3762_8 = 2034$$

3. การแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบ

สามารถทำได้โดยวิธีการคูณค่าประจำหลักคือ 16^n กับค่าสัมประสิทธิ์และนำผลลัพธ์ที่ได้จาก การคูณในแต่ละหลักมารวมกัน จะได้เป็นค่าของเลขฐานสิบ

ตัวอย่าง จงเปลี่ยน $B8D9_{16}$ ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } B8D9_{16} &= B \times 16^3 + 8 \times 16^2 + D \times 16^1 + 9 \times 16^0 \\ &= 11 \times 4096 + 8 \times 256 + 13 \times 16 + 9 \times 1 \\ &= 45056 + 2048 + 208 + 9\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } B8D9_{16} = 47321$$

การแปลงเลขฐานต่างๆ เป็นเลขฐานสอง

1. การแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง

สามารถทำได้โดยวิธีการหารเลขฐานสิบ ด้วยเลขฐานสอง และเก็บค่าเศษของการหารในแต่ละหลัก โดยเศษที่ได้จากการหาร ไม่ว่าจะเป็น 0 หรือ 1 จะเป็นหลักแรกสุดจะเป็นหลักที่น้อยสุด (หลักหน่วย)

ตัวอย่าง จงเปลี่ยน 23_{10} ให้เป็นเลขในระบบฐานสอง

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 23} \\ 2 \overline{) 11} 1 \\ 2 \overline{) 5} 1 \\ 2 \overline{) 2} 1 \\ 2 \overline{) 1} 0 \\ \underline{ 0} 1 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 23_{10} = 10111_2$$

ตัวอย่าง จงเปลี่ยน 425_8 ให้เป็นเลขในระบบฐานสอง

แปลง 425_8 เลขฐาน 8 ให้เป็นเลขฐาน 10 ก่อน

1.1) กระจายเลขฐาน 8 จากโจทย์โดยกระจายตัวเลขจากซ้ายไปขวา

1.2) นำเลขฐาน 8 ที่กระจายแล้วคูณกับค่าประจำหลักในแต่ละตำแหน่งคือ 8^n โดยเริ่มนับค่าประจำหลักจากด้านขวามือสุดเป็นตำแหน่งที่ $n = 0$

$$\begin{aligned}425_8 &= (4 \times 8^2) + (2 \times 8^1) + (5 \times 8^0) \\&= (4 \times 64) + (2 \times 8) + (5 \times 1) \\&= (256) + (16) + (5)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 425_8 = 277_{10}$$

แปลง 277_{10} เลขฐาน 10 ให้เป็นเลขฐาน 2

$$\begin{array}{r}2 \overline{) 277} \\2 \overline{) 138} \quad 1 \\2 \overline{) 69} \quad 0 \\2 \overline{) 34} \quad 1 \\2 \overline{) 17} \quad 0 \\2 \overline{) 8} \quad 1 \\2 \overline{) 4} \quad 0 \\2 \overline{) 2} \quad 0 \\2 \overline{) 1} \quad 0 \\2 \overline{) 0} \quad 1\end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 277_{10} = 100010101_2$$

ตัวอย่าง จงเปลี่ยน $AB86_{16}$ ให้เป็นเลขในระบบฐานสอง

แปลงเลขฐาน $AB86_{16}$ ให้เป็นเลขฐาน 10 ก่อน

$$\begin{aligned} AB86_{16} &= (10 \times 16^3) + (11 \times 16^2) + (8 \times 16^1) + (6 \times 16^0) \\ &= (10 \times 4096) + (11 \times 256) + (8 \times 16) + (6 \times 1) \\ &= (40960) + (2816) + (128) + (6) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } AB86_{16} = 43910_{10}$$

แปลง 43910_{10} เลขฐาน 10 ให้เป็นเลขฐาน 2

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 43910} \\ 2 \overline{) 21955} \quad 0 \\ 2 \overline{) 10977} \quad 1 \\ 2 \overline{) 5488} \quad 1 \\ 2 \overline{) 2744} \quad 0 \\ 2 \overline{) 1372} \quad 0 \\ 2 \overline{) 686} \quad 0 \\ 2 \overline{) 343} \quad 0 \\ 2 \overline{) 171} \quad 1 \\ 2 \overline{) 85} \quad 1 \\ 2 \overline{) 42} \quad 1 \\ 2 \overline{) 21} \quad 0 \\ 2 \overline{) 10} \quad 1 \\ 2 \overline{) 5} \quad 0 \\ 2 \overline{) 2} \quad 1 \\ 2 \overline{) 1} \quad 0 \\ 2 \overline{) 0} \quad 1 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } AB86_{16} = 1010101110000110_2$$

แบบฝึกหัด

1. จงเปลี่ยน 11010_2 ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ
2. จงเปลี่ยน 3762_8 ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ
3. จงเปลี่ยน 6498_{16} ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ
4. จงเปลี่ยน 752_8 ให้เป็นเลขในระบบฐานสอง
5. จงเปลี่ยน 856_{10} ให้เป็นเลขในระบบฐานสอง
6. จงเปลี่ยน $AF91_{16}$ ให้เป็นเลขในระบบฐานสอง

เฉลยข้อ 1

จงเปลี่ยน 11010_2 ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ

$$\begin{aligned} 11010_2 &= (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) \\ &= (1 \times 16) + (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (0 \times 1) \\ &= (16) + (8) + (0) + (2) + (0) \\ &= 26_{10} \end{aligned}$$

เฉลย ข้อ 2

จงเปลี่ยน 3762_8 ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ

$$\begin{aligned} 3762_8 &= (3 \times 8^3) + (7 \times 8^2) + (6 \times 8^1) + (2 \times 8^0) \\ &= (3 \times 512) + (7 \times 64) + (6 \times 8) + (2 \times 1) \\ &= (1536) + (448) + (48) + (2) \\ &= 2034_{10} \end{aligned}$$

เฉลย ข้อ 3

จงเปลี่ยน 6498_{16} ให้เป็นเลขในระบบฐานสิบ

$$\begin{aligned} 6498_{16} &= (6 \times 16^3) + (4 \times 16^2) + (9 \times 16^1) + (8 \times 16^0) \\ &= (6 \times 4096) + (4 \times 256) + (9 \times 16) + (8 \times 1) \\ &= (24576) + (1024) + (144) + (8) \\ &= 25752_{10} \end{aligned}$$

เฉลย ข้อ 4

จงเปลี่ยน 752_8 ให้เป็นเลขในระบบฐานสอง

แปลง 752 เลขฐาน 8 ให้เป็นเลขฐาน 10 ก่อน

$$\begin{aligned} 752_8 &= (7 \times 8^2) + (5 \times 8^1) + (2 \times 8^0) \\ &= (448) + (40) + (2) \\ &= 490_{10} \end{aligned}$$